Telaah Teoretis dan Perhitungan Komputasional untuk Penentuan Posisi Geografis dengan Menggunakan *Global Positioning System* (GPS)

TRI WAHYU NINGSIH[1], ARSALI[2], DAN AKHMAD AMINUDDIN BAMA[2]
[1]Alumni Jurusan Fisika FMIPA, Universitas Sriwijaya, Sumatera Selatan, Indonesia
[2]Jurusan Fisika FMIPA, Universitas Sriwijaya, Sumatera Selatan, Indonesia

INTISARI: *Global Positioning System* (GPS) merupakan alat penentuan posisi benda di Bumi dengan bantuan sinyal satelit yang ditampilkan pada pengguna GPS dalam bentuk garis lintang, bujur, dan ketinggian. Perubahan sinyal satelit menjadi posisi pengguna di muka Bumi secara teoretis diselesaikan dengan menggunakan Deret Taylor. Perhitungan posisi dilakukan secara komputasional dengan bantuan program Matlab. Perhitungan komputasional dilakukan dengan mengggunakan bantuan empat satelit. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa semakin dekat posisi perkiraan semakin cepat kekonvergenannya. Meskipun demikian nilai perhitungan ini tidak dapat dibandingkan lagi pada iterasi keempat untuk beberapa kasus pada penelitian ini.

KATA KUNCI: posisi perkiraan, posisi objek, perbedaan waktu

ABSTRACT: Global Positioning System (GPS) is a positioning device with the help of satellite signals that are displayed on the GPS users in the form of latitude, longitude, and altitude. Changes in the satellite signals into the user's position on Earth is theoretically solved by using Taylor series. Position in computational calculations performed with the help of Matlab programs. Use traditional computational calculations performed with the help of four satellites. The calculation result shows that the closer the approximate position of the faster convergence. Nevertheless the value of this calculation can not be compared again in the fourth iteration for some cases in this study.

KEYWORDS: estimated position, object position, time difference

E-MAIL: akhmadbama@yahoo.com

Juli 2011

1 PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi yang semakin pesat menimbulkan banyak inovasi untuk memenuhi keperluan kehidupan. Segala hal dapat dilakukan dengan cepat dan efisien, terutama dalam teknologi komunikasi. Salah satu alat yang sangat menarik untuk dibahas adalah GPS (*Global Positioning System*) yang merupakan sistem navigasi satelit. GPS dapat membantu menentukan posisi geografis benda secara tepat.

Dalam menentukan posisi, GPS menggunakan sinyal satelit yang diterima oleh objek di Bumi. Objek akan mengetahui posisinya dalam bentuk garis lintang, bujur, ketinggian, serta waktu. Perubahan sinyal satelit menjadi penunjuk posisi objek di Bumi dilakukan melalui perhitungan. Karena itu mengkaji GPS dari sudut pandang teoretis menjadi hal yang sangat menarik.

Global Positioning System (GPS) sebetulnya adalah kumpulan 27 satelit yang terdiri dari 24 satelit aktif dan 3 satelit tambahan sebagai *backup*. Sistem ini pertama kali dibuat oleh militer Amerika Serikat yang ditujukan untuk kepentingan navigasi militer. Satelit GPS memiliki bobot 1.900 lbs dengan rentang *solar panel* 5,66 m, memancarkan daya maksimal 50 watt. Tiap satelit dibuat dengan masa kerja 7,5 tahun. Secara konstan bergerak, mengorbit mengelilingi Bumi dua kali perharinya (orbit periode setiap 12 jam) dengan kecepatan 8.500 km per-jam[1].

GPS terdiri dari tiga segmen yaitu segmen angkasa, segmen kontrol/pengendali dan segmen pengguna[2]. Sebuah GPS penerima bekerja untuk menemukan 4 atau lebih satelit dan memproses informasi yang didapat untuk dapat menentukan lokasi dari penerima. Operasi ini menggunakan azas matematika yang disebut dengan *Trilateration*.

Trilateration dapat dijelaskan dengan membayangkan letak objek pada suatu titik di muka Bumi. Diperlukan berbagai informasi untuk mengetahui posisi pasti dari objek tersebut. Informasi pertama yang didapat adalah objek tersebut berada 7 km dari pantai. Informasi tersebut belum cukup untuk menentukan lokasi objek karena objek bisa berada dimana saja pada jarak 7 km dari pantai. Oleh karena itu harus diperoleh informasi yang lain untuk mendapatkan posisi objek. Informasi kedua yang diperoleh adalah objek 15 km dari jalan raya. Berdasarkan kedua informasi yang telah diperoleh maka akan terlihat 2 titik perpotongan dari radius lingkaran posisi objek dengan kedua tempat tersebut. Hal ini masih kurang karena untuk menentukan posisi objek secara tepat masih diperlukan informasi yang lainnya. Informasi terakhir bahwa objek tersebut berada 3 km dari bukit. Karena itu diperoleh posisi objek secara tepat yaitu pada perpotongan *intersection* ketiga lingkaran yang merupakan representasi dari jarak antara objek dengan ketiga daerah tersebut. Selanjutnya untuk mengetahui ketinggian objek maka diperlukan satu informasi lagi atau dapat dikatakan memerlukan satu satelit lagi.

Di dalam makalah ini dipaparkan hasil penelitian mengenai cara kerja GPS dalam menentukan posisi absolut objek di permukaan Bumi baik secara rumusan teoretis maupun perhitungan numerik (komputasional) yang didasarkan pada rumusan itu. Posisi perkiraan objek dihitung dengan *Global Positioning System* menggunakan pemodelan sistem koordinat kartesan 3-D(tiga dimensi) dengan empat satelit.

Sebagai asumsi dasar, Bumi dianggap bulat sempurna dengan jejari $R_B = 6.370$ km. Di samping itu, Bumi dan satelit dianggap diam, atmosfer dianggap hampa dengan satelit tetap dari pusat Bumi.

2 PRINSIP PENENTUAN POSISI GEOGRAFIS

Disadari bahwa kemungkinan terdapat perbedaan waktu (Δt_0) antara satelit dan pengguna GPS sehingga waktu menjadi peubah ke-4 yang perlu diperhitungkan. Hal ini menyebabkan perhitungan posisi objek harus melibatkan 4 satelit.

Pada prinsipnya dalam penentuan posisi objek dengan bantuan empat satelit paling baik dengan menggunakan sistem koordinat kartesian 3-D dengan pusat Bumi sebagai pusatnya dan Bumi dianggap bulat sempurna[3].

2.1 Pendekatan Analitik

Dalam perhitungan empat satelit maka terdapat empat daerah antara pengguna dan satelit R_{01}, R_{02}, R_{03}, dan R_{04} dapat ditentukan dengan bantuan waktu penggiriman sinyal Δt_{01}, Δt_{02}, Δt_{03}, dan Δt_{04} antara keempat satelit dengan objek. Jika diperoleh posisi satelit adalah x_{sn}, y_{sn}, z_{sn} (dengan $n = 1, 2, 3, 4$) dari keempat satelit yang telah diketahui maka pada prinsipnya posisi objek (x_0, y_0, z_0) dapat dihitung dengan bantuan pers.1.

$$R_{0n} = \sqrt{(x_{sn} - x_0)^2 + (y_{sn} - y_0)^2 + (z_{sn} - z_0)^2} \tag{1}$$

Dalam perhitungan dengan menggunakan empat satelit diketahui bahwa jam atomik yang berada di dinding satelit yang digunakan sebagai waktu pengiriman sinyal telah disesuaikan dengan UTC (*Coordinated Universal Time*)[4]. Namun hal yang berbeda terjadi pada jam objek yang tidak disesuaikan dengan UTC dan cepat/lambatnya disimbolkan oleh Δt. Simbol Δt positif ketika jam objek cepat dibandingkan dengan jam atom dan negatif bila lebih lambat dibandingkan dengan jam atom. Hasilnya kesalahan Δt mengakibatkan tidak akuratnya hasil pengukuran dari pengiriman sinyal dan jarak (R). Sehingga dihasilkan jarak yang tidak tepat yang diukur disebut *pseudorange*. Sehingga kemungkinan terjadi pertambahan jarak sebesar perbedaan waktu yang terjadi dan dituliskan sebagai berikut:

$$\Delta t_{dn} = \Delta t_n + \Delta t_0 \tag{2}$$

$$R_{pse_n} = c\ \Delta t_{dn} = c\ (\Delta t_n + \Delta t_0) \tag{3}$$

$$R_{pse_n} = R_{0n} + c\ \Delta t_0 \tag{4}$$

Keterangan: Δt_{dn} = waktu yang ditampilkan pada GPS, R_{0n} = jarak sebenarnya antara objek dan satelit, c = Kecepatan cahaya, Δt_n = waktu pengiriman sinyal dari satelit ke objek, Δt_0 = perbedaan antara jam satelit dan jam objek, R_{pse} = *pseudorange*.

Penyulihan pers. 1 ke pers.2 menghasilkan

$$R_{pse_n} = \sqrt{(x_{sn} - x_0)^2 + (y_{sn} - y_0)^2 + (z_{sn} - z_0)^2} + c\ \Delta t_0 \tag{5}$$

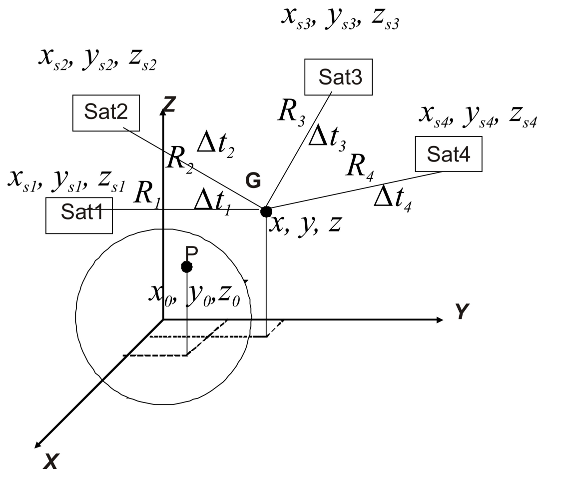
Pada kenyataannya (x_0, y_0, z_0) tidak diketahui (justru ingin diketahui). Walaupun secara prinsip (x_0, y_0, z_0, Δt_0) dapat diperhitungkan, karena R_{pse_n} dapat diketahui.

2.2 Pendekatan Numerik

Pers.(5) akan menghasilkan empat persamaan nonlinear[5]. Untuk menyelesaikan keempat persamaan itu dimulai dari komponen persamaan yang linear yaitu komponen dari pers.(5) yang berada di dalam tanda akar. Penyelesaian menggunakan Deret Taylor menghasilkan perhitungan posisi secara langsung untuk (x_0, y_0, z_0) dengan posisi perkiraan x, y, z seperti ditunjukkan pada Gambar 1

Perkiraan posisi meliputi kesalahan yang dihasilkan oleh peubah yang tidak diketahui Δx, Δy, Δz.

$$\begin{aligned} x_0 &= x + \Delta x \\ y_0 &= y + \Delta y \\ z_0 &= z + \Delta z \end{aligned} \tag{6}$$



GAMBAR 1: Posisi perkiraan objek dalam koordinat kartesian 3-D

Jarak R_n dari keempat satelit untuk posisi perkiraan dapat dihitung dengan perumusan yang hampir sama pada pers.1 yaitu

$$R_n = \sqrt{(x_{sn} - x)^2 + (y_{sn} - y)^2 + (z_{sn} - z)^2} \qquad (7)$$

Karena pers.(7) diperoleh dengan menggunakan hampiran maka pers.(7) dapat diselesaikan dengan menggunakan hampiran Deret Taylor. Dengan asumsi bahwa posisi perkiraan (x, y, z) diketahui dan dideretkan di sekitar posisi objek $(x_0,\ y_0\ z_0)$ maka diperoleh (hanya dua suku pertama yang berpengaruh/diperhitungkan)

$$\begin{aligned} R_{pse_n} &= R_n + \left(\left(\frac{\partial R_{0n}}{\partial x}\right)(x - x_0) + \left(\frac{\partial R_{0n}}{\partial y}\right)(y - y_0) + \left(\frac{\partial R_{0n}}{\partial z}\right)(z - z_0)\right) \\ &= R_n + \left(\frac{x - x_{sn}}{R_n}\right)\Delta x + \left(\frac{y - y_{sn}}{R_n}\right)\Delta y + \left(\frac{z - z_{sn}}{R_n}\right)\Delta z \end{aligned} \qquad (8)$$

Karena terdapat perbedaan waktu antara jam satelit dan jam objek sebesar Δt_0 sehingga terdapat penambahan panjang pada jarak sebesar $c.\Delta t_0$ maka rumusan (8) menjadi

$$R_{pse_n} = R_n + \left(\frac{x - x_{sn}}{R_n}\right)\Delta x + \left(\frac{y - y_{sn}}{R_n}\right)\Delta y + \left(\frac{z - z_{sn}}{R_n}\right)\Delta z + c\ \Delta t_0 \qquad (9)$$

Pers.(9) menghasilkan empat peubah (Δx, Δy, Δz, dan Δt) dan dapat diselesaikan secara serentak menghasilkan

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta t_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x - x_{s1}}{R_1} & \frac{y - y_{s1}}{R_1} & \frac{z - z_{s1}}{R_1} & c \\ \frac{x - x_{s2}}{R_2} & \frac{y - y_{s2}}{R_2} & \frac{z - z_{s2}}{R_2} & c \\ \frac{x - x_{s3}}{R_3} & \frac{y - y_{s3}}{R_3} & \frac{z - z_{s3}}{R_3} & c \\ \frac{x - x_{s4}}{R_4} & \frac{y - y_{s4}}{R_4} & \frac{z - z_{s4}}{R_4} & c \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} R_{pse_1} - R_1 \\ R_{pse_2} - R_2 \\ R_{pse_3} - R_2 \\ R_{pse_4} - R_4 \end{pmatrix} \qquad (10)$$

Jika perhitungan nilai Δx, Δy, Δz, berdasarkan pers.(10) memiliki nilai yang kecil maka diperoleh

$$\begin{aligned} x_r &= x + \Delta x \\ y_r &= y + \Delta y \\ z_r &= z + \Delta z \end{aligned} \qquad (11)$$

3 METODE PENELITIAN

1. Menentukan posisi satelit $\overline{R_{sn}}$=x_{sn}, y_{sn}, z_{sn} yang berada pada jarak 20.200 km dari pusat Bumi dengan konfigurasi satelit berjauhan dan berdekatan sebagaimana Tabel 1.
2. Menetapkan posisi objek dengan mengasumsikan

objek berada tepat dipermukaan Bumi dengan jejari ($R_B = 6.370$ km; diperoleh posisi objek $x = 4000$ km, $y = 3240$ km, $Z = 3757,411875214108$ km.

3. Menentukan posisi perkiraan dengan menggeser posisi objek sebesar $\Delta R_0 = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ dengan tiga variasi nilai yaitu 60 km, 180 km, dan 600 km dengan 12 sampel data untuk masing-masing variasi seperti pada Tabel 2.

4. Menetapkan $\epsilon = 10^{-7}$ km

5. Menetapkan Δt_0 yaitu 10, 10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-7}, 10^{-9} sekon

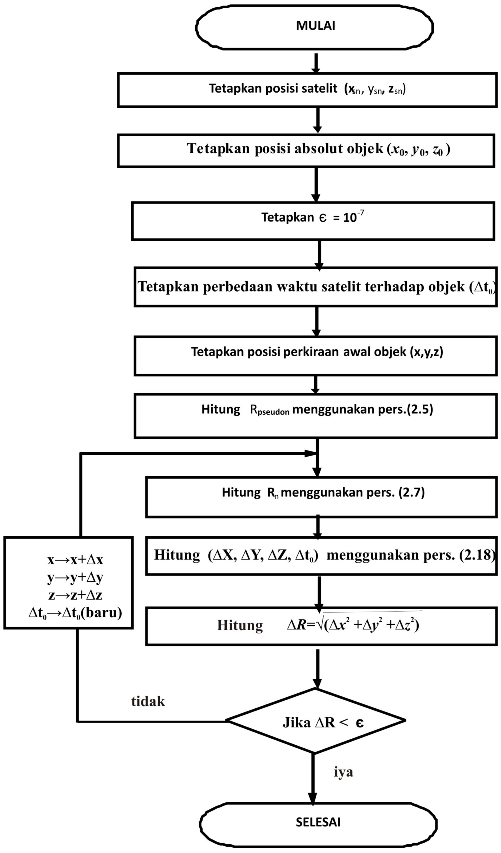
6. Menghitung nilai R_{pse} dengan asumsi Δx, Δy, Δz yang telah ditentukan sebelumnya

7. Menghitung besar nilai (Δx, Δy, Δz, Δt_0) untuk empat satelit menggunakan pers.(10) dengan bantuan program Matlab

8. Hitung $\Delta R = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$

9. Kembali ke langkah 3 bila nilai $\Delta R > 10^{-7}$

10. Selesai bila $\Delta R < 10^{-7}$



GAMBAR 2: Flowchart program menghitung posisi perkiraan objek menggunakan empat satelit

4 HASIL PERHITUNGAN KONFIGURASI EMPAT SATELIT

4.1 Konfigurasi Satelit Berdekatan

Secara umum perhitungan ini menunjukkan bahwa pada setiap posisi perkiraan yang digunakan dalam perhitungan, nilai yang dihasilkan semakin konvergen pada setiap iterasi. Nilai perhitungan pada semua kasus di atas menunjukan bahwa semakin jauh nilai posisi perkiraan maka akan semakin lambat kekonvergenannya. Namun pada beberapa kasus hal ini hanya berlaku sampai iterasi ke-tiga. Pada iterasi ke-empat hal ini tidak berlaku karena pada $\Delta R_0 = 180$ km nilainya lebih kecil dibandingkan dengan $\Delta R_0 = 60$ km. Jadi secara umum nilai posisi pergeseran akan terus menuju 0 atau menuju nilai posisi sebenarnya, dalam hal ini posisi absolut.

Dalam hal perhitungan posisi tersebut, ditentukan besar perbedaan waktu yang mungkin terjadi pada saat pengiriman sinyal dengan nilai $\Delta t_0 = 10, 10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-7}, 10^{-9}$ sekon. Berdasarkan hasil perhitungan terlihat bahwa nilai perhitungan perbedaan waktu selalu menuju ke nilai awal yang di tentukan. Secara umum nilai Δt_i yang dihasilkan akan semakin besar untuk nilai posisi perkiraan yang semakin jauh. Namun hal ini hanya berlaku sampai iterasi ke-tiga karena pada iterasi ke-empat hal ini tidak terjadi.

4.2 Konfigurasi Satelit Berjauhan

Dalam perhitungan posisi perkiraan untuk satelit berjauhan secara umum menunjukkan hal yang sama dengan perhitungan posisi perkiraan untuk satelit berdekatan yaitu pada setiap posisi perkiraan yang digunakan dalam perhitungan ini nilai yang dihasilkan semakin konvergen pada setiap iterasi. Nilai perhitungan pada semua kasus di atas menunjukan bahwa semakin jauh nilai posisi perkiraan maka akan semakin lambat kekonvergenannya. Namun pada beberapa kasus hal ini hanya berlaku sampai iterasi ke-tiga. Pada iterasi ke-empat hal ini tidak berlaku karena pada $\Delta R_0 = 180$ km nilainya lebih kecil dibandingkan dengan $\Delta R_0 = 60$ km. Jadi secara umum nilainya posisi perkiraan akan terus menuju 0 atau menuju nilai posisi sebenarnya dalam hal ini posisi objek.

Dalam perhitungan posisi perkiraan objek ini ditentukan besar perbedaan waktu yang mungkin terjadi pada saat pengiriman sinyal dengan nilai $\Delta t_0 = 10, 10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-7}, 10^{-9}$ sekon. Berdasarkan hasil perhitungan terlihat hal yang sama seperti pada perhitungan satelit berdekatan bahwa nilai perhitungan perbedaan waktu selalu menuju ke nilai awal yang di tentukan. Secara umum nilai Δt_i yang dihasilkan akan semakin besar untuk nilai posisi perkiraan yang lebih semakin jauh. Namun hal ini hanya berlaku sampai iterasi ke-tiga karena pada iterasi ke-empat hal ini tidak terjadi.

Maka secara umum berdasarkan hasil perhitungan yang dilakukan dengan menggunakan beberapa ΔR_0 yaitu 60 km, 180 km dan 600 km dengan asumsi berbagai nilai $\Delta t_0 = 10$, 10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-7}, 10^{-9} sekon. Hasil perhitungan menunjukan bahwa nilai perhitungan dengan menggunakan empat satelit berdekatan akan menghasilkan nilai yang lebih baik dibandingkan dengan perhitungan dengan menggunakan satelit berjauhan baik untuk ΔR_i dan Δt_i. Hal ini ditunjukan dengan nilai perhitungan untuk konfigurasi satelit berdekatan yang lebih akurat dibandingkan konfigurasi satelit berjauhan. Namun perhitungan hanya dapat dibandingkan sampai iterasi ke-tiga karena pada iterasi ke-empat terjadi hal sebaliknya untuk beberapa kasus pada penelitian ini.

5 SIMPULAN

1. Secara teoretis penentuan posisi dengan menggunakan satelit melibatkan 4 persamaan serentak, perhitungan komputasional dengan pendekatan Deret Taylor menghasilkan ketelitian hingga 10^{-7} km (tidak bergantung pada posisi perkiraan objek dan perbedaan waktu antar jam satelit dengan jam objek)
2. Pada perhitungan numerik (komputasional) konvergensi dalam penentuan posisi objek semakin cepat untuk perkiraan posisi awal objek yang semakin dekat
3. Perhitungan pada konfigurasi satelit berdekatan menghasilkan nilai posisi objek yang lebih akurat dibandingkan dengan pada konfigurasu satelit berjauhan. Namun hal ini hanya berlaku umum hingga iterasi ke-tiga.

Saran

Ke depan, perlu dilakukan penelitian lebih lanjut secara teoretis mengenai perhitungan dengan konfigurasi satelit yang lebih banyak dan memperhatikan semua kemungkinan yang terjadi.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Hanafi, D., 2006, Mengungkap Cara Kerja GPS, http://www.trimble.com/gps/index.shtml

[2] Itok, 2007, Teknologi GPS (Global Positioning System), http://itokwrote. wordpress.com/2007/08/01/teknologi-gps-globalpositioningsystem/ index.shtml

[3] Zogg, J.M, 2001, GPS Basic, www.u-blox.com

[4] Winardi, Penentuan Posisi dengan GPS untuk Survei Terumbu Karang, http://www.coremap.or.id/downloads/GPS.pdf

[5] Purcell, E.J. dan D. Varberg, 1996, Kalkulus dan Geometri Analisis, editor: I N Susila dkk., edisi Keempat, vol. 1, Erlangga, Jakarta

LAMPIRAN

Tabel 1: Posisi Satelit untuk Konfigurasi Empat Satelit

	Berjauhan			Berdekatan		
Satelit	x	y	z	x	y	z
1	17000	2000	8946,507698538017	5000	9000	17176,72844286711
2	10000	6000	16493,63513601535	7000	8000	17379,29802955229
3	5000	12000	15460,91847207015	7500	9000	16455,69810126571
4	3000	18000	8819,863944528850	9000	7000	16674,53147767577

TABEL 2: 12 Sampel data untuk setiap nilai ΔR_0

	ΔR_0 = 60 km			ΔR_0=180 km			ΔR_0= 600 km		
No.	Δx	Δy	Δz	Δx	Δy	Δz	Δx	Δy	Δz
1	20	20	52.91502622129181	75	75	145,4303957224899	400	400	200
2.	-20	20	52.91502622129181	-75	75	145,4303957224899	-400	400	200
3.	-20	-20	52.91502622129181	-75	-75	145,4303957224899	-400	-400	200
4.	-20	-20	-52.91502622129181	-75	-75	-145,4303957224899	-400	-400	-200
5.	20	40	40	50	100	141,0673597966589	150	300	497,49371855331
6.	-20	40	40	-50	100	141,0673597966589	-150	300	497,49371855331
7.	-20	-40	40	-50	-100	141,0673597966589	-150	-300	497,49371855331
8.	-20	-40	-40	-50	-100	-141,0673597966589	-150	-300	-497,49371855331
9.	34	34	35.88871688985272	104	104	103,7689741685828	346	346	347,2290310443526
10.	-34	34	35.88871688985272	-104	104	103,7689741685828	-346	346	347,2290310443526
11.	-34	-34	35.88871688985272	-104	-104	103,7689741685828	-346	-346	347,2290310443526
12.	-34	-34	-35.88871688985272	-104	-104	-103,7689741685828	-346	-346	-347,2290310443526

TABEL 3: Konfigurasi untuk 4 satelit dekat untuk nilai ΔR dengan $\Delta t_0 = 0$

Iterasi	**Kondisi 1**	**Kondisi 2**	**Kondisi 3**
1	59,95476044017774	179,6020264260642	597,4955920594487
2	0,17037373462216	1,54372971771922	16,20643165055864
3	$1,755002461381902 \times 10^{-6}$	$1,444168519171495 \times 10^{-4}$	0,01489180759758
4	$9,091666714608201 \times 10^{-11}$	$8,598963217208238 \times 10^{-11}$	$2,248868468261327 \times 10^{-8}$

TABEL 4: Konfigurasi untuk 4 satelit dekat untuk nilai rerata $\Delta t_0 = 0$

Iterasi	Kondisi 1	Kondisi 2	Kondisi 3
1	$4,996661769336003 \times 10^{-7}$	$4,455849818613336 \times 10^{-6}$	$3,840353405680927 \times 10^{-5}$
2	$4,971300546087375 \times 10^{-12}$	$4,065152278273510 \times 10^{-10}$	$4,649966932957727 \times 10^{-8}$
3	$1,133688605911518 \times 10^{-16}$	$4,752601926392953 \times 10^{-17}$	$7,042432761436056 \times 10^{-14}$
4	$1,571489297500281 \times 10^{-16}$	$2,340289683335448 \times 10^{-16}$	$3,988388366217611 \times 10^{-17}$
5	$-1,004306586367306 \times 10^{-17}$	$1,889474130370763 \times 10^{-16}$	$1,176151131772637 \times 10^{-16}$
6	$1,508596772373162 \times 10^{-17}$	$1,322982766944527 \times 10^{-16}$	$-3,742395927951260 \times 10^{-17}$
7	$1,351666365247583 \times 10^{-16}$	$1,712227478639859 \times 10^{-16}$	$-2,472621694701874 \times 10^{-18}$

TABEL 5: Konfigurasi 4 satelit jauh untuk nilai ΔR dengan $\Delta t_0 = 0$

Iterasi	**Kondisi 1**	**Kondisi 2**	**Kondisi 3**
1	59,96149062694597	179,6742834045535	598,2806781047590
2	0,18843391118458	1,71568345003169	17,25134235267676
3	$1,950723034123159 \times 10^{-6}$	$1,676568284180511 \times 10^{-4}$	0,01741512420495
4	$1,510717399385636 \times 10^{-11}$	$1,285090656604100 \times 10^{-11}$	$2,379232656546355 \times 10^{-8}$

TABEL 6: Hasil Perhitungan untuk 4 satelit jauh untuk nilai rerata $\Delta t_0 = 0$

Iterasi	Kondisi 1	Kondisi 2	Kondisi 3
1	$5,109777014716798 \times 10^{-7}$	$4,690883203739954 \times 10^{-6}$	$4,830183765910915 \times 10^{-5}$
2	$6,545906084085955 \times 10^{-12}$	$5,604601679469142 \times 10^{-10}$	$5,718892140928301 \times 10^{-8}$
3	$6,889072482330997 \times 10^{-18}$	$-5,540589085902806 \times 10^{-18}$	$7,929265336984826 \times 10^{-14}$
4	$-6,692096149509722 \times 10^{-19}$	$-8,913410353361005 \times 10^{-18}$	$-8,243641063145571 \times 10^{-18}$
5	$-1,139258810913482 \times 10^{-17}$	$-2,321410413135434 \times 10^{-17}$	$-4,801906132855502 \times 10^{-18}$
6	$-1,233197692674959 \times 10^{-19}$	$-7,153185592478763 \times 10^{-18}$	$-1,722837143344283 \times 10^{-18}$
7	$-9,200736183738250 \times 10^{-18}$	$-6,910288754914010 \times 10^{-18}$	$-4,726051957157312 \times 10^{-19}$